

BREVE HISTORIAL DEL EQUIPO INVESTIGADOR: “ECSING: ECUACIONES Y SINGULARIDADES”

El equipo investigador ECSING tiene centrada su investigación en torno a la geometría de variedades, sistemas dinámicos y ecuaciones diferenciales, especialmente el estudio local de las singularidades. Su sede principal y su origen están en la Universidad de Valladolid, aún cuando en la actualidad tiene investigadores en otras universidades e instituciones de investigación, que se detallan en un lugar específico de esta página WEB.

Nuestro equipo tiene una amplia historia de financiación continuada a nivel nacional, europeo e iberoamericano, una experiencia dilatada en la formación de investigadores y en la gestión internacional de la actividad investigadora, apoyada siempre en una producción científica de alta calidad.

Creación del grupo El grupo comenzó a ocuparse de su actual tema de trabajo a partir del congreso celebrado en Dijon en mayo de 1985, organizado por D. Cerveau y R. Moussu. Entonces F. Cano acababa de terminar su Tesis doctoral, dirigida por J.M. Aroca, sobre estrategias de resolución de singularidades de campos de vectores en dimensión tres, habiendo llegado a este tema desde el estudio de las singularidades de variedades algebraicas en característica positiva. En ese momento comenzó una colaboración y contacto permanentes con los especialistas en la geometría de los sistemas dinámicos, ecuaciones diferenciales y foliaciones, que en sus primeros años se evidenció en diferentes estancias de larga duración de F. Cano en Dijon, Strasbourg, Rennes y Toulouse por el lado europeo y en el IMPA de Rio de Janeiro y el Instituto de Matemáticas de la UNAM en México. Se inició así una colaboración científica estrecha con R. Moussu, D. Cerveau, J. F. Mattei, C. Camacho y P. Sad (que semantiene viva hasta ahora) y un seguimiento cercano con el grupo mexicano en el que estaba J.Gómez-Mont, J. Seada y A. Verjovsky, así como el equipo de Strasbourg con J. Martinet y J.P. Ramis (el primero fallecido, el segundo se trasladó a Toulouse hasta su jubilación en 2011). De hecho el equipo ECSING ha desempeñado un papel integrador de todos estos equipos, como líder de dos redes europeas en los programas HCM y TMR.

Después de la tesis de F. Cano, J.M. Aroca dirigió una larga serie de tesis doctorales, relacionadas con el estudio de singularidades de ecuaciones diferenciales tanto relativas a foliaciones como a aspectos más generales, como la teoría de Galois diferencial, en la que citaremos una importante influencia de J. P. Ramis, o el estudio sistemático de series generalizadas como solución de ecuaciones diferenciales y sus propiedades de convergencia Gevrey y sumabilidad. Estas fueron las tesis de M.M. Carnicer, J. Cano, M.A. Zurro, J.M.Farto, J. Mozo, P. Fortuny, J. Jiménez, F. Aroca, T. Aranda y G. Duval, quienes de manera natural se han incorporado así al tema de trabajo.

Por otro lado abriendo el tema al caso real, la tesis de F. Sanz, codirigida por F. Cano y R. Moussu, contribuye también a consolidar el espíritu de colaboración con equipos europeos que recientemente ha tenido continuación en la tesis de R. Martín co-dirigida por F. Sanz y J. P. rolin de Dijon. El tema se ha abierto un poco más con la tesis de J. Ribón, dirigida por D. Cerveau, en torno a la clasificación de sistemas dinámicos discretos, tema próximo al de la reciente tesis de L. López, codirigida por F. Cano y D. Sauzin, que aún suma-bilidad, sistemas dinámicos discretos y foliaciones formales, siendo además L. López junto con J. Ribón un símbolo de la cooperación con el Brasil, ya que ambos desempeñan puestos de profesores permanentes en dicho país. La tesis de N. Corral (F. Cano) sobre polares de foliaciones, en la línea de trabajos seguidos por R. Langevin, abre una ventana más de colaboración con el equipo de UFMG (Belo Horizonte), interesado en ese tema. Por otro lado la tesis de de C. Alonso, codirigida por F. Cano y M.I.T. Camacho, de Brasil, nos ofrece

una línea hacia la topología de sistemas dinámicos reales y una conexión con grupos españoles en el tema (red DANCE).

Es relativamente reciente la incorporación a ECSING del grupo representado por F. Alcalde, M. Macho, A. Lozano, J. I. Royo, M. Saralegui y sus alumnos, cuyas últimas tesis han sido las de A. Lozano y P. González Sequeiros, quienes provenientes de la escuela francesa de Héctor y de E. Ghys, enriquecen nuestros temas con las laminaciones transversalmente Cantor y las foliaciones riemannianas.

Asimismo citaremos la incorporación de O. Piltant, de Versailles, especialista en teoría de valoraciones y reducción de singularidades y A. Reguera, especialista en espacios de arcos, quienes refuerzan el aspecto de singularidades de variedades. Finalmente, está incorporado al equipo O. Calvo, del CIMAT de Guanajuato, quien visita regularmente la sede de Valladolid y es un reconocido especialista de problemas globales de foliaciones holomorfas con singularidades.

El marco europeo. Los equipos e investigadores europeos con quienes trabajamos y que nos visitan regularmente, del mismo modo que nosotros realizamos frecuentemente estancias de larga duración entre ellos, representan el núcleo de la matemática europea interesada en temas de singularidades, sistemas dinámicos holomorfos, tanto discretos como foliaciones y campos de vectores, teoría de Galois de ecuaciones diferenciales y estructuras o-minimales (geometría real y lógica) provenientes de soluciones de ecuaciones diferenciales. El equipo ECSING ha representado un papel integrador de muchos de estos equipos, cuya máxima expresión se materializó durante los más de diez años en que hemos liderado sendas redes europeas de los programas HCM y TMR.

La consecuencia de dichas actividades ha sido la creación de toda una generación de jóvenes matemáticos europeos a través de nuestros “cursos de integración” y de las tesis europeas, más de treinta, en las que hemos participado, representantes de esta generación son F. Loray, S. Lamy, C. Hertling, F. Sanz, Novikov, y otros. En ningún momento se ha cortado la cooperación y el ritmo de intercambios continúa hasta ahora. Un símbolo de este intercambio, y asimismo de la conexión con el problema de reducción de singularidades, al que ha contribuido esencialmente J.M. Aroca en cooperación con H. Hironaka y que tampoco hemos abandonado, es el hecho de que desde hace más de veinticinco años recibimos la visita de aproximadamente un mes de duración de M. Spivakovsky (actualmente en Toulouse), auténtico especialista en reducción de singularidades, en geometría real y en álgebra conmutativa, especialmente valoraciones.

Ya hemos mencionado algunos nombres de investigadores europeos clave en la formación y evolución del equipo, con los que continuamos colaborando activamente y tenemos misiones de intercambio de larga duración. A riesgo de omitir involuntariamente alguno de ellos, señalemos que actualmente mantenemos un alto nivel de cooperación con los siguientes investigadores e instituciones

1. Institut de Mathématiques de Toulouse (<http://www.math.univ-toulouse.fr/>): J.F. Mattei; J. P. Ramis; C. Roche; E. Paul; M. Spivakovsky; L. Gavrilov; J. Rebelo; S. Lamy; M. Klughertz.
2. Institut de Recherche Mathématique de Rennes (<http://irmar.univ-rennes1.fr/>): D. Cerveau; J.M. Lion; F. Loray; S. Cantat; F. Touzet.
3. Institut de Mathématiques de la Bourgogne (<http://math.u-bourgogne.fr/>): R. Moussu (ya jubilado pero aún activo); J. P. Rolin; R. Roussarie (jubilado); C. Bonatti; P. Mardesic; L. Paris.
4. Unité de Mathématiques Pures et Appliquées de l'Ecole Normale Supérieure de Lyon (<http://www.ens-lyon.eu/>): E. Ghys.

5. Institut de Mathématiques de Jussieu (<http://www.institut.math.jussieu.fr/>):
B. Teissier, J. Déserti, J.J. Risler
6. Université de Versailles (<http://www.uvsq.fr/>) V. Cossart, O. Piltant.
7. Centro de Matemática e Aplicações Fundamentais CMAF (<http://ptmat.fc.ul.pt/>):
O. Neto, T. Monteiro.
8. Centro de Matemática da Universidade de Porto (<http://cmup.fc.up.pt/cmup/>):
H. Reis.

Otros investigadores europeos relevantes con quienes mantenemos actividad continuada de cooperación son B. Balsler y C. Schafke, quienes han trabajado en colaboración con J. Mozo y F. Sanz, o bien K. Kurdyka, de la universidad de Savoie, quien ha colaborado con F. Sanz. Señalemos también a B. Malgrange y Le-Dung-Trang, el primero se ha ocupado por ejemplo de conducir alguno de nuestros cursos, el segundo es uno de los embajadores de la Matemática en la Universidad de Valladolid desde 1977.

No podemos dejar de mencionar algunos matemáticos que ya no están entre nosotros y han sido fundamentales para consolidar o inspirar el trabajo del equipo, así J. Martinet, A. Douady, J. Giraud y muy recientemente M. Brunella.

Los investigadores españoles que nos son próximos, con quienes compartimos proyectos e inquietudes, forman una larga lista que se incrementa cada día y no detallamos.

El papel relevante europeo de nuestro equipo ha sido explícitamente reconocido en la concesión a F. Cano del premio “Betancourt-Perronet” a la cooperación científica entre España y Francia, otorgado conjuntamente por el ministerio de educación español y el de asuntos exteriores francés.

Iberoamérica. De entre los grupos no europeos uno de los más importantes y con el que mantenemos una fuerte relación desde el año 1986, es decir, más de 25 años, es el grupo de sistemas dinámicos holomorfos del IMPA, de Rio de Janeiro, representado por C. Camacho, A. Lins Neto, P. Sad y J. V. Pereira. Este contacto permanente se aprecia en hechos como los de la publicación de un trabajo seminal en *Inventiones Mathematicae*, la realización de un mes de estancia por año de F. Cano en el IMPA prácticamente todos estos años, la estancia científica de M. M. Carnicer de un año que dio lugar a un magnífico trabajo publicado en *Annals of Mathematics*, largas estancias de J. Ribón, así como de J. Mozo y de J.M. Aroca, junto con visitas recíprocas de los citados investigadores o la realización de la tesis en co-dirección de C. Alonso y posteriores estancias de esta investigadora y de N. Corral.

Hemos sido responsables por dos veces de sendos contratos de cuatro años dentro del marco de cooperación Hispano-Brasileño, el último de los cuales aún está en vigor. En estos contratos hemos incorporado equipos brasileños que aun estando muy relacionados con el IMPA, tienen identidad propia, como el grupo de UFF (Javier Ribón es uno de sus profesores) o de UFMG (donde L. López es una profesora) con Marcio Soares, Rogério Mol, Fabio Brochero. Con estos grupos mantenemos intercambios regulares de profesores, de becarios, publicaciones y dirección conjunta de trabajos, donde podemos destacar la actualmente en curso tesis en cotutela de M. Ravara Vago, co-dirigida entre F. Cano y M. Soares.

A través de nuestra relación con el IMPA, hemos colaborado en la creación de un Instituto de Matemáticas en el Perú (IMCA), cuyo comité científico internacional está compuesto por Camacho, Moussu, Arbarello y Aroca y que tiene como objetivo la reactivación de la matemática en la región andina. Esta relación con el Perú lleva consolidada desde antes de la creación del IMCA, basada en prolongadas visitas de F. Cano, J. M. Aroca, F. Sanz y J. Mozo. Nuestra labor ha sido apreciada en la PUCP de Lima, por ejemplo, con la

concesión del título de Profesor Honorario a J. M. Aroca o las Cátedras José Tola Pasquel a J. M. Aroca y a F. Cano. A nivel científico destacaremos la tesis de F. Ugarte, de la PUCP, dirigida por Aroca, la tesis en co-tutela de Hernán Neciosup, entre J. Mozo y P. Fernández, o los trabajos de colaboración de J. Mozo, F. Cano, N. Corral con P. Fernández y con R. Rosas.

Nuestro equipo ha realizado diversas visitas a los equipos mejicanos de Guanajuato (donde se ubica O. Calvo) y Cuernavaca (donde trabaja F. Aroca), con cuyos miembros además nos encontramos regularmente en acontecimientos americanos o europeos. Notablemente hemos participado muy activamente en los congresos dedicados al 60 cumpleaños de Le-Dung-Trang en Cuernavaca y de X. Gómez-Mont en Guanajuato.

Es de señalar el papel que viene teniendo en nuestra relación con Iberoamérica el inicialmente llamado *Instituto Interuniversitario de Estudios de Iberoamérica y Portugal* (IIEIP) que actualmente es un centro de la Universidad de Valladolid bajo el nombre de *Centro "Tordesillas" de Relaciones con Iberoamérica* (CTRI-UVa). Está ubicado en las Casas del Tratado, que es un lugar simbólico para la historia del nacimiento del Brasil y el lugar donde el equipo ECSING ha venido celebrando el Seminario Iberoamericano de Matemáticas, que ha llegado a su 80 sesión en marzo de 2012; cada uno de estos seminarios ha tenido la intervención de un investigador de Iberoamérica, lo que da una idea de la intensidad de nuestra cooperación con ese área del continente americano.

Este Instituto, a propuesta del equipo ECSING fue el promotor del Doctorado "Honoris Causa" concedido por la Universidad de Valladolid a César Camacho, por una triple razón: en primer lugar su excelencia matemática, en segundo lugar su importantísima labor de apoyo al desarrollo en Brasil y en la región andina a través de la promoción de la Matemática (visible ahora en el IMCA de Lima, por ejemplo) y también porque nuestro equipo ha tenido una importante participación en ambas cosas.

César Camacho es actualmente el único doctor "Honoris Causa" de la Universidad de Valladolid en la especialidad de Matemáticas.

Japón, Estados Unidos, Canadá, Rusia Heisuke Hironaka es quien marcó inicialmente el interés de Aroca en la reducción de singularidades. Este contacto se mantiene vivo desde hace más de treinta años, prueba de ello es el reciente Congreso en honor de su 80 cumpleaños en las Casas del Tratado, que ha contado con la presencia de más de cien investigadores y dos conferencias plenarias del propio Hironaka. Asimismo mantenemos el contacto directo con otros alumnos de Zariski, como Abhyankar.

La escuela japonesa de singularidades de ecuaciones diferenciales y análisis asintótico de Hukuhara y Sibuya conoce bien a nuestro equipo, especialmente J. Mozo y M.A. Zurro. También en Japón, el estudio de foliaciones holomorfas singulares tiene como representantes significativos a Suwa y Nakai, que han sido profesores visitantes en Valladolid.

Los grupos de formación rusa también están en conexión con el equipo. Desde las visitas de larga duración de Yakovenko, Khovanskii y Novikov hasta la colaboración con canadienses especialistas en reducción de singularidades, como Bierstone y Milman. Además, la información científica referente a los resultados del equipo de Il'yashenko ha sido siempre de primera mano.

Formación posgraduada Capítulo aparte merece la actividad de formación posgraduada del equipo. Hemos organizado una gran cantidad de cursos de formación posgraduada a nivel europeo, que denominamos "cursos de integración" que han contribuido, como ya se ha mencionado, a la formación de toda una generación de investigadores. Recientemente, hemos consolidado el establecimiento de una "Escuela Doctoral Iberoamericana: Ecuaciones y Singularidades", que se integra como parte de la formación posgraduada de la UVa. Se trata de

cuatro cursos intensivos de una semana cada uno, acompañados de conferencias complementarias e intervenciones de los jóvenes investigadores, dirigidos a investigadores locales, españoles e iberoamericanos. Hemos celebrado ya cinco ediciones consecutivas, con una participación del orden de 80 alumnos cada vez, de la UVa, UFMG de Brasil, PUCP de Lima, Cuernavaca y la UNAM de México; las primeras de carácter presencial en Valladolid y las dos últimas, presenciales y por el sistema de multivideo-conferencia, con exposiciones en España y Perú; a este respecto el apoyo técnico de la PUCP ha sido muy valioso.

Experiencia del equipo La experiencia del equipo se puede resumir en:

- Más de veinticinco años de actividad científica ininterrumpida del Departamento de Álgebra, Geometría y Topología de la Universidad de Valladolid. En este periodo se ha evolucionado desde temas de matemática pura y carácter netamente algebraico hasta la situación actual, en que nuestro campo de trabajo dentro de la Geometría también toca temas de Análisis Matemático o Matemática Aplicada, sin renunciar a la utilización de técnicas Algebro-Geométricas cuando son necesarias.
- Una producción científica importante y seminal, que se puede apreciar en nuestra lista de publicaciones, con artículos, frecuentemente muy largos, en las mejores revistas, como *Annals of Mathematics*, *Acta Mathematica*, *Inventiones Mathematicae*, *J. de Crelle*, *American Journal*, *Ergodic Theory and Dynamical Systems*, *DCDS* y otras muchas más.
- Una capacidad probada de formación de jóvenes investigadores, de la que las más de treinta tesis doctorales dirigidas por J.M. Aroca son la mejor muestra. El nivel científico se contrasta por sí solo, sin más que observar la evolución posterior de dichos doctores. De estas se han leído quince en los últimos diez años. Al mismo tiempo se han incorporado al equipo los cuatro doctores dirigidos por F. Cano.
- Experiencia en la gestión de la actividad investigadora a todos los niveles, regional, nacional, internacional, privado, bilateral y europea. El equipo ha estado permanentemente financiado por los organismos competentes nacionales, además hemos tenido siempre contratos bilaterales, regionales e internacionales complementarios, amén de algunos de carácter privado (BBV).